



**1. Código:** 14333 **Nombre:** Geometría Diferencial

**2. Créditos:** 6,00 **--Teoría:** 3,00 **--Prácticas:** 3,00 **Carácter:** Obligatorio

**Titulación:** 198-Grado en Matemáticas

**Módulo:** 2-Formación Específica

**Materia:** 8-Topología y Geometría Diferencial

**Centro:** E.T.S.I. DE TELECOMUNICACIÓN

**3. Coordinador:** Isidro San Juan, José María  
**Departamento:** MATEMÁTICA APLICADA

#### 4. Bibliografía

Modern geometry. Part I, the geometry of surfaces, transformation groups, and fields : methods and applications  
Schaum's outline of theory and problems of differential geometry  
Geometría diferencial de curvas y superficies  
Curso de geometría diferencial  
Geometría diferencial de curvas y superficies con Mathematica

Dubrovin, B.A.  
Lipschutz, Martin M.  
Carmo, Manfredo P. do.  
Klingenberg, Wilhelm  
Cordero, Luis A.

#### 5. Descripción general de la asignatura

##### Objetivos de la asignatura

Los objetivos de esta asignatura son usar el cálculo diferencial e integral para el estudio de curvas y superficies en el espacio euclídeo 3-dimensional. Se aprenderá el triedro móvil (triedro de Frenet) para el estudio de la teoría de curvas. Aplicaremos estos métodos para calcular longitudes de curvas, la curvatura y la torsión. Para trabajar con superficies regulares se introducirá el concepto de coordenadas locales, y estudiaremos la naturaleza de los puntos de una superficie en el espacio. Como aplicación se estudiarán las curvaturas normales y principales de una superficie, así como la curvatura de Gauss y la curvatura media.

##### Contextualización de la asignatura

Esta asignatura forma parte esencial de los estudios de grado en matemáticas y, en consecuencia, también del doble grado en matemática e ingeniería. Por un lado se aplican conocimientos adquiridos en otros cursos del grado; por otra parte se desarrollan competencias nuevas, que resultarán de gran interés no sólo al matemático, sino también al ingeniero. Se profundiza en el acercamiento matemático y en la intuición geométrica de una parte de la realidad que nos rodea, como son las curvas y las superficies en el espacio. Tanto el matemático (en su labor de abstracción de conceptos tomados de la realidad) como el ingeniero (en su labor de aplicación práctica de dichas abstracciones) encontrarán en esta asignatura instrumentos útiles para su trabajo.

#### 6. Conocimientos recomendados

(14313) Álgebra Lineal y Geometría I  
(14314) Cálculo  
(14317) Ecuaciones Diferenciales I  
(14323) Cálculo en varias variables  
(14327) Integración curvilínea y de superficie  
(14328) Álgebra Lineal y Geometría II

#### 7. Resultados

##### Resultados fundamentales

CB1(GE) Que los estudiantes hayan demostrado poseer y comprender conocimientos en un área de estudio que parte de la base de la educación secundaria general, y se suele encontrar a un nivel que, si bien se apoya en libros de texto avanzados, incluye también algunos aspectos que implican conocimientos procedentes de la vanguardia de su campo de estudio.

CB2(GE) Que los estudiantes sepan aplicar sus conocimientos a su trabajo o vocación de una forma profesional y posean las competencias que suelen demostrarse por medio de la elaboración y defensa de argumentos y la resolución de problemas dentro de su área de estudio.

CB4(GE) Que los estudiantes puedan transmitir información, ideas, problemas y soluciones a un público tanto especializado como no especializado.

CG1(GE) Poseer los conocimientos básicos y matemáticos de los distintos módulos que, partiendo de la base de la educación secundaria general, se desarrollan en la propuesta de título de Grado en Matemáticas que se presenta.





## 7. Resultados

### Resultados fundamentales

CG4(GE) Haber desarrollado aquellas habilidades de aprendizaje necesarias para emprender estudios posteriores con un alto grado de autonomía en disciplinas científicas en las que las Matemáticas tienen un papel significativo.

CG5(GE) Utilizar herramientas de búsqueda y consulta de recursos bibliográficos con el fin de documentar resultados de carácter científico-técnico.

FE11(ES) Comunicar, tanto por escrito como de forma oral, conocimientos, procedimientos, resultados e ideas matemáticas.

FE02(ES) Conocer demostraciones rigurosas de algunos teoremas clásicos en distintas áreas de las matemáticas.

FE03(ES) Asimilar la definición de un nuevo objeto matemático, en términos de otros ya conocidos, y ser capaz de utilizar este objeto en diferentes contextos.

FE04(ES) Saber abstraer las propiedades estructurales (de objetos matemáticos, de la realidad observada, y de otros ámbitos) distinguiéndolas de aquellas puramente ocasionales, y poder comprobarlas con demostraciones o refutarlas con contraejemplos, así como identificar errores en razonamientos incorrectos.

FE05(ES) Capacitar para el aprendizaje autónomo de nuevos conocimientos y técnicas.

FE06(ES) Resolver problemas matemáticos, planificando su resolución en función de las herramientas disponibles y de las restricciones de tiempo y recursos.

FE10(ES) Utilizar herramientas de búsqueda de recursos bibliográficos en Matemáticas.

FE01(ES) Comprender y utilizar el lenguaje matemático. Adquirir la capacidad para enunciar proposiciones en distintos campos de las matemáticas, para construir demostraciones y para transmitir los conocimientos matemáticos adquiridos.

### Competencias transversales

#### (3) Trabajo en equipo y liderazgo

- Actividades desarrolladas relacionadas con la adquisición de la competencia

Se asignarán ejercicios y problemas para su resolución por parte de grupos formados por unos pocos alumnos.

- Criterios de evaluación

Los distintos grupos expondrán la resolución de dichos ejercicios, en presencia del profesor y también del resto del alumnado, para aprovechar dicha evaluación también como actividad de aprendizaje y de trabajo en equipo.

Resultados de Aprendizaje Específicos

RA3.2 - Identificar los roles y destrezas para operar en equipos multidisciplinares con diferentes perfiles profesionales.

## 8. Unidades didácticas

- Curvas en el espacio euclídeo 3- dimensional
  - Concepto de curva parametrizada.
  - Reparametrizaciones. El parámetro natural.
- Curvatura y torsión
  - Curvas planas. Curvas en el espacio.
  - Fórmulas de Frenet.
- Superficies regulares
  - Definiciones básicas. Coordenadas locales y cambio de coordenadas.
  - El plano tangente. Diferencial de una aplicación
- Las formas cuadráticas fundamentales
  - La primera forma fundamental. Isometrías
  - La segunda forma fundamental. Curvaturas normales. Secciones normales. Curvaturas de Gauss y media.
- Espacios de conexión afín y de Riemann
  - Tensores cartesianos en  $R^n$
  - Coordenadas curvilíneas. Concepto de tensor en coordenadas curvilíneas.
  - Espacios de conexión afín.
  - Derivación covariante.
  - Espacios de Riemann. Tensor métrico. Conexión de Levi-Civita. Geodésicas.

## 9. Método de enseñanza-aprendizaje

Las prácticas llevan los mismo títulos que las unidades didácticas correspondientes, pues su contenido se ajusta exactamente al contenido del tema respectivo, y se orientan a ejercitarse con los conceptos desarrollados en cada tema. Específicamente:

Document signat electrònicament per Documento firmado electrónicamente por Electronically signed document by	UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA	Data/Fecha/Date 06/06/2025	2 / 3	
Autenticitat verificable mitjançant Codi Segur Verificació Autenticidad verificable mediante Código Seguro Verificación Original document can be verified by Secure Verification Code	ALUG52TUNAG <a href="https://sede.upv.es/e/Verificador">https://sede.upv.es/e/Verificador</a>			



## 9. Método de enseñanza-aprendizaje

Práctica 1: curvas en el espacio euclídeo.

Práctica 2: curvatura y torsión.

Práctica 3: superficies regulares.

Práctica 4: formas cuadráticas fundamentales.

Práctica 5: espacios de conexión afín y de Riemann.

UD	TA	SE	PA	PL	PC	PI	EVA	TP	TNP	TOTAL HORAS
1	6,00	--	3,00	--	--	2,00	1,00	12,00	16,00	28,00
2	6,00	--	4,00	--	--	2,00	1,00	13,00	16,00	29,00
3	6,00	--	4,00	--	--	3,00	1,00	14,00	17,00	31,00
4	6,00	--	4,00	--	--	3,00	1,00	14,00	18,00	32,00
5	6,00	--	3,00	--	--	2,00	1,00	12,00	18,00	30,00
<b>TOTAL HORAS</b>	<b>30,00</b>	<b>--</b>	<b>18,00</b>	<b>--</b>	<b>--</b>	<b>12,00</b>	<b>5,00</b>	<b>65,00</b>	<b>85,00</b>	<b>150,00</b>

UD: Unidad Didáctica. TA: Teoría de Aula. SE: Seminario. PA: Práctica de Aula. PL: Práctica de Laboratorio. PC: Práctica de Campo. PI: Práctica de Informática. EVA: Actividades de Evaluación. TP: Trabajo Presencial. TNP: Trabajo No Presencial.

## 10. Evaluación

### Descripción

(15) Prueba práctica de laboratorio/campo/informática/aula

(14) Prueba escrita

**Nº Actos** **Peso (%)**

1 20

2 80

Se realizarán dos pruebas escritas, denotadas PE1 y PE2, así como una prueba práctica, denotada PP. Sean sus notas respectivas denotadas por NPE1, NPE2, NPP.

La nota final, denotada NF, se calculará según la fórmula

$$NF = 0.4 * NPE1 + 0.4 * NPE2 + 0.2 * NPP$$

Ante una nota de recuperación NPE1, NPE2, NPP inferior a la lograda en primera instancia, se tomará el valor más alto. En la convocatoria de recuperación la nota se calcula con la fórmula de arriba.

Asimismo será posible presentarse a la convocatoria final para mejorar cualquiera de las notas anteriores, sin perder por ello la nota ya alcanzada en primera instancia. Es decir: ante una nota inferior a la lograda en primera instancia, se tomará el valor de la nota más alta. Los estudiantes que teniendo aprobados los actos de evaluación continua quieran presentarse a la recuperación para mejorar su calificación final, deberán solicitarlo al profesor responsable de la asignatura. La solicitud se realizará al menos 3 días hábiles antes de la fecha de la prueba mediante el envío de un correo electrónico a la dirección oficial del profesor.

La mención de "Matrícula de Honor" se otorgará atendiendo al orden objetivo de las calificaciones finales, independientemente de que la calificación final haya sido obtenida como resultado de actos de evaluación de recuperación.

El sistema de evaluación para los alumnos con dispensa de asistencia es el mismo que para los estudiantes sin dispensa.

Si un alumno ha perdido el derecho a ser evaluado en un acto de evaluación por aplicación de la Normativa de convivencia universitaria y de régimen disciplinario de la Universitat Politècnica de València, no podrá acogerse a la evaluación continua y se le evaluará mediante una prueba final correspondiente a toda la asignatura.

