



Becas colaboración curso 2021/2022

Fecha: 28 Mayo 2021

Vicerrectorado de Investigación, Innovación y Transferencia

Subcomisión de I+D+i

Propuesta del departamento *MATEMÁTICA APLICADA*

Núm Proyecto: 2021/26/00007

Responsable

Torregrosa Sánchez, Juan Ramón

E-mail

jrtorre@mat.upv.es

Ext.

79782

Responsable

Cordero Barbero, Alicia

E-mail

acordero@mat.upv.es

Ext

79554

Título proyecto

Diseño, convergencia y análisis dinámico de nuevos procesos iterativos para la resolución de problemas no lineales

Valoración proyecto

4

Descripción proyecto

Numerosos problemas en diferentes áreas de ciencias e ingeniería necesitan, en algún momento de la resolución, conocer la solución de ecuaciones no lineales escalares o matriciales o sistemas de ecuaciones no lineales. Esta situación aparece frecuentemente al discretizar las ecuaciones integrales y los diferentes tipos de ecuaciones en derivadas parciales, bien con diferencias finitas o elementos finitos. Normalmente, estas ecuaciones o sistemas no tienen solución exacta por lo que se debe recurrir a algoritmos iterativos para la obtención de soluciones aproximadas.

Aunque el método más conocido para resolver este tipo de problemas es el método de Newton, en la última década la investigación de nuevas técnicas iterativas ha crecido de manera espectacular, sobre todo para ecuaciones.

Mientras que la ingeniería computacional ha alcanzado una madurez significativa, el coste computacional puede ser extremadamente grande cuando se requieren simulaciones de alta precisión. En la práctica, el diseño de nuevos métodos iterativos de alto orden podría solventar este problema al disminuir significativamente el tiempo de cálculo requerido para lograr un nivel de error aceptable.

La existencia de una extensa literatura sobre métodos de alto orden revela que sólo están limitados por la naturaleza del problema que hay que resolver: en particular, se necesita la solución numérica de ecuaciones y sistemas no lineales en el estudio de los modelos dinámicos de reactores químicos, en la transferencia radiactiva o en el diseño de Sistemas de Posicionamiento Global (GPS), por citar algunos ejemplos. Los resultados obtenidos en numerosos experimentos numéricos muestran que los métodos de alto orden asociados con multiprecisión aritmética de punto flotante son muy útiles, ya que produce una reducción clara en el número de iteraciones.

Por otra parte, el análisis dinámico del operador asociado a cada esquema numérico nos proporciona interesantes propiedades de convergencia y estabilidad de los mismos. El estudio de las cuencas de atracción



de un método iterativo aplicado a una determinada ecuación o sistema, o el plano de parámetros asociado a una familia de esquemas nos puede permitir elegir el método con mejores propiedades de estabilidad, mayores radios de convergencia, ..., y al mismo tiempo desechar aquellos en los que pueden aparecer regiones de divergencia, órbitas periódicas, etc.

Estamos interesados en aplicar los nuevos métodos diseñados a la resolución de las ecuaciones integrales que aparecen, entre otros campos, en electromagnetismo, a ecuaciones de ondas no lineales, a ecuaciones de convección-difusión, etc. Especial atención merecen las ecuaciones de Burgers, Bratu y Fisher en el caso escalar y vectorial.

Con todo este preámbulo, a continuación, vamos a indicar los objetivos concretos que queremos alcanzar en este proyecto. Consideramos que éste es un proyecto ambicioso que pretende abarcar el Proyecto Final de Grado o Proyecto Final de Máster del estudiante y ser el embrión de su futura Tesis Doctoral

Actividades a realizar por el alumno

El plan de trabajo que se propone comprende una dedicación por parte del estudiante de tres horas diarias e incluye reuniones programadas semanalmente del proyectista con los directores y el grupo de trabajo para analizar el desarrollo de las tareas emprendidas o, en su caso, resolver los problemas que hayan podido surgir, sin perjuicio de cuantas reuniones informales sean necesarias entre el proyectista y los directores. Las tareas programadas están estrechamente relacionadas con los objetivos concretos que pretendemos alcanzar:

1. Realizar un análisis bibliográfico para clasificar los métodos iterativos, tanto para ecuaciones como para sistemas, atendiendo al orden de convergencia, índice de eficiencia, índice de eficiencia computacional, optimalidad según Kung y Traub, etc.
2. Implementar la obtención de planos de parámetros, planos dinámicos, ..., asociados a un método o familia de métodos iterativos, para automatizar en la medida de lo posible toda la información que podemos extraer sobre una familia de esquemas iterativos a partir del comportamiento dinámico del operador asociado.
3. Una vez se tengan las cuencas de atracción asociadas a un esquema numérico actuando sobre una determinada función, queremos diseñar una herramienta para medir el tamaño de las citadas cuencas, lo que nos permitirá elegir la aproximación inicial con total garantía de éxito.
4. Diseñar nuevas técnicas numéricas, con mayor eficiencia computacional que las existentes, para resolver los sistemas resultantes de la discretización de las ecuaciones integrales y ecuaciones en derivadas parciales. Esta transformación tendrá lugar mediante técnicas de onda completa (como el método de los momentos) y técnicas asintóticas o de alta frecuencia.
5. Analizar la convergencia y el comportamiento dinámico de las nuevas técnicas.
6. Aplicación de las técnicas desarrolladas en el punto 4 a la resolución numérica de ecuaciones conocidas como la ecuación de Bratu, de Hammerstein, de Burgers, etc..

Horario

Tres horas a la semana, en horario a convenir